手帖のふろく

信頼区間 (値は表示桁に丸めてある)

正規分布にしたがう平均m,分散 σ^2 の確率事象をn回試行したときに標本がばらつく範囲(信頼区間)は、信頼係数 $(1-\alpha)$ の生起確率密度関数 $Z\{1-\alpha\}$ の値を用いて、

 $m \pm Z\{1-\alpha\} (\sigma^2/n^2)^{1/2}$

と表すことができる。主な α に対する $Z_{[1-\alpha]}$ の値は次の通り。

$Z\{1-\alpha\}$
1.644 854
1.959 964
2.575 829

例えば、m = 0.95、 $\sigma^2 = 49$ 、n = 400 のとき、標本がばらつく範囲は、信頼度 95%で

 $0.95 \pm 1.96 \, (49/400)^{1/2} = 0.95 \pm 0.686$ となる。

ポアソン分布 (値は表示桁に丸めてある)

生起確率pが十分に小さい事象 Φ を、ちょうど再現周期 1/p (1 サイクル) だけ試行したとき (λ =1) 、事象 Φ がちょうど k 回生起する確率P は、ポアソン分布 $Po\{\lambda=1\}$ にしたがう。

k	$Po\{\lambda=1\}$	λ	$Po\{\lambda\} k=0$
0	0.36788	0	1
1	0.36788	1	0.36788
2	0.18394	2	0.13534
3	0.06131	3	0.04979
4	0.01533	4	0.01832
5	0.00307	5	0.00674
6	0.00051	6	0.00248

例えば、1 サイクル試行後にちょうど 1 回事象 Φ が生起する確率は、0.36788 である。また、3 サイクル試行後に 1 度も事象 Φ が生起しない確率は、0.04979 である。

<u>スターリングの公式</u>

大きな数の階乗n!は、次のように近似することができる。 $n! \approx (2\pi n)^{1/2} n^n / e^n$

級数の和

$$a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + \{a + (n-1)d\} = n/2 \{2a + (n-1)d\}$$

 $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = a(r^n - 1)/(r-1)$
 $r \ll 1$ のとき、 $n \rightarrow \infty$ で、 $a/(1-r)$ となる。

順列・組合せ

順列数 nPr = n (n-1) (n-2) ... (n-r+1) = n!/(n-r)! 組合せ数 $nCr = nPr / (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot r) = n!/ \{r! (n-r)!\}$ 主な組合せ数を次に示す。

п	r = 5	r = 4	r = 3	<i>r</i> = 2	r = 1
54	3 162 510	316 251	24 804	1 431	54
53	2 869 685	292 825	23 426	1 378	53
52	2 598 960	270 725	22 100	1 326	52
51	2 349 060	249 900	20 825	1 275	51
50	2 118 760	230 300	19 600	1 225	50
49	1 906 884	211 876	18 424	1 176	49
48	1 712 304	194 580	17 296	1 128	48
47	1 533 939	178 365	16 215	1 081	47
46	1 370 754	163 185	15 180	1 035	46
13	1 287	715	286	78	13
12	792	495	220	66	12

54C7 = 177 100 560 52C7 = 133 784 560

5P5 = 120

クーポン集め

r 種類のおまけが 1 個ずつ入っているお菓子を、N 個買ったところ全種類揃った。おまけは全種類均等に入っているとしたとき、全種類揃うための個数 N の平均値 E[N]は、

E[N] = r (1/r + 1/(r-1) + ... + 1)

と表すことができる。また十分大きいァについて、

 $E[N] \approx r \ln(r) + \gamma$ $C \subset \mathcal{C} \gamma = 0.577 \ 215 \ 66...$

と近似することができる。

モンティ・ホール問題

モンティ・ホール問題は、数学的にはベイズの事後確率によって説明することができる。基本条件は次の通り。

- (1) 3 つのドアに、景品・ヤギ・ヤギがランダムに入っている
- (2) プレイヤーはドアを1つえらぶ
- (3) モンティは残りのドアのうち1つを必ず開ける
- (4) モンティが開けるドアには、必ずヤギが入っている
- (5) モンティはプレイヤーにドアを選び直してよいと必ず言う

このとき、プレイヤーが景品を得る確率は、ドアを選び直した方が選び直さないよりも2倍大きい。これは、ドアを選び直さない場合の当選確率が1/3のままであることに対して、ドアを選び直す場合は、

プレイヤーが最初に選んだドアが景品のとき→はずれ プレイヤーが最初の選んだドアがヤギのとき →モンティが開けなかったドアが必ず当たり

となるから、当選確率は 2/3 となるためである。

5 Stud Poker における各役の組合せ数

(1) Ordinary one 52 card deck, Joker Wild

Hand Ranking	Natural <i>C</i> 0	1 Joker <i>C</i> 1	2 Jokers <i>C</i> 2
Natural Royal Flush	4	0	0
Joker Royal Flush	0	20	40
5 of a Kind	0	13	52
Straight Flush	36	144	216
4 of a Kind	624	2 496	3 744
Full House	3 744	2 808	0
Flush	3 108	2 696	888
Straight	10 200	10 332	3 840
3 of a Kind	54 912	82 368	13 320
Two Pair	123 552	0	0
Jacks or Better	337 920	143 388	0
Joker Anything	0	26 460	0
Garbage	2 062 860	0	0
Total	2 598 960	270 725	22 100

Hand Ranking	3 Jokers C3	4 Jokers C4
Natural Royal Flush	0	0
Joker Royal Flush	40	20
5 of a Kind	78	32
Straight Flush	144	0
4 of a Kind	1 064	0
Full House or Less	0	0
Total	1 326	52

この表は、1 hand に含まれる Joker Wild の数別の組合せ数を示したものである。最終的な組合せ数は、使用する deckの種類に応じて、次の式で求めることができる。

one 52 card deck
$$F52 = C0$$

one 53 card deck (1 Joker Wild)
$$F53 = C0 + C1$$

one 54 card deck (2 Joker Wild)
$$F54 = C0 + 2 C1 + C2$$

one 55 card deck (3 Joker Wild)

$$F55 = C0 + 3C1 + 3C2 + C3$$

one 56 card deck (4 Joker Wild)

$$F56 = C0 + 4 C1 + 6 C2 + 4 C3 + C4$$

Cause the house always wins. Play long enough, you never change the stakes. The house takes you. Unless, when that perfect hand comes along, you bet and your bet big, then you take the house. Danny Ocean in the movie "Ocean's Eleven"

one 53-55 card deck を使用した最終的な組合せ数 F は以下の通り。

Hand Ranking	F53	F54	F55
Natural Royal Flush	4	4	4
Joker Royal Flush	20	80	220
5 of a Kind	13	78	273
Straight Flush	180	540	1 260
4 of a Kind	3 120	9 360	20 408
Full House	6 552	9 360	12 168
Flush	7 804	11 388	15 860
Straight	20 532	34 704	52 716
3 of a Kind	137 280	232 968	341 976
Two Pair	123 552	123 552	123 552
Jacks or Better	481 308	624 696	337 920
Joker Anything	26 460	52 920	679 392
Garbage	2 062 860	2 062 860	2 062 860
Total	2 869 685	3 162 510	3 819 816

(2) Red Sevens Wild

Red Sevens Wild では、7h、7d の 2 枚のカードが Wild 扱いとなるため、各役 Wild の数別の組合せ数 CRO, CR1, CR2 は次のようになる。また、最終的な組合せ数 FR52 は、次のように表すことができる。

FR52 = CR0 + 2 CR1 + CR2 この組合せ数 FR52 は, (4)のあとにまとめて示した。

Hand Ranking	Natural <i>CR</i> 0	1 Joker <i>CR</i> 1	2 Jokers <i>CR</i> 2
Natural Royal Flush	4	0	0
Wild Royal Flush	0	20	40
5 of a Kind	0	12	48
Straight Flush	26	112	180
4 of a Kind	552	2 208	3 360
Full House	3 216	2 448	0
Flush	4 128	2 288	792
Straight	7 650	8 060	3 300
3 of a Kind	46 464	70 752	11 880
Two Pair	102 960	0	0
Jacks or Better	295 680	123 358	0
1 Wild	0	21 042	0
Garbage	1 658 080	0	0
Total	2 118 760	230 300	19 600

7h, 7d が Wild になることと Js, Jh が Wild になることは同値ではないので、One Eyed Jack's Wild のときの各役の組合せ数は、上記とは異なることに留意すること。

(3) Deuces Wild

4 枚の"2(Deuce)"が Wild となる場合の各役の組合せ数は、次の通り。最終的な組合せ数 FD52 は、次のように表すことができる。

FD52 = CD0 + 4 CD1 + 6 CD2 + 4 CD3 + CD4 この組合せ数 FD52 は, (4)のあとにまとめて示した。

Hand Danking	Natural	1 Deuce	2 Deuces
Hand Ranking	CD0	CD1	CD2
Natural Royal Flush	4	0	0
Wild Royal Flush	0	20	40
5 of a Kind	0	12	48
Straight Flush	28	116	180
4 of a Kind	528	2 112	3 168
Full House	3 168	2 376	0
Flush	3 136	1 844	660
Straight	8 160	8 568	3 300
3 of a Kind	42 240	63 360	9 900
Two Pair	95 040	0	0
Jacks or Better	253 440	102 816	0
1 Wild	0	13 356	0
Garbage	1 306 560	0	0
Total	1 712 304	194 580	17 296

Hand Ranking	3Deuces <i>CD</i> 3	4Deuces <i>CD</i> 4
Natural Royal Flush	0	0
Wild Royal Flush	40	20
5 of a Kind	72	28
Straight Flush	124	0
4 of a Kind	892	0
Full House or Less	0	0
Total	1 128	48

(4) Sevens Wild Plus Joker

4 枚の"7"が Wild 扱いとなる場合の各役の組合せ数 *Cs1*, *Cs2*, *Cs3*, *Cs4* は、次のようになる。Sevens Wild Plus Joker では、さらに 1 枚の Joker も Wild 扱いとなるが、これらの組合せ数は、Wild の枚数だけに依存するので、Wild が"7"であるか Joker であるかは関係ない。

最終的な各役の組合せ数 FS53 は, 次のように表すことができる。

FS53 = CS0 + 5 CS1 + 10 CS2 + 10 CS3 + 5 CS4 + CS5 この組合せ数 FS53 および, FR52, FD52 についても示す。

Hand Ranking	Natural	1 Wild	2 Wilds
110000 10000000	Cs0	CS1	CS2
5 Wilds	0	0	0
Natural Royal Flush	4	0	0
Wild Royal Flush	0	20	40
5 of a Kind	0	12	48
Straight Flush	16	80	144
4 of a Kind	528	2 112	3 168
Full House	3 168	2 376	0
Flush	3 148	1 880	696
Straight	5 100	6 300	2 760
3 of a Kind	42 240	63 360	10 440
Two Pair	95 040	0	0
Jacks or Better	253 440	103 824	0
1 Wild	0	14 616	0
Garbage	1 309 620	0	0
Total	1 712 304	194 580	17 296
TT 1D 1:	3Wilds	4 Wilds	5 Wilds
Hand Ranking	CS3	CS4	CS5
5 Wild	0	0	1
Natural Royal Flush	0	0	0
Wild Royal Flush	40	20	0
5 of a Kind	72	28	0
Straight Flush	112	0	0
4 of a Kind	904	0	0
Full House or Less	0	0	0
Total	1 128	48	1
Hand Ranking	FR52	FD52	FS53
5 Wilds	0	0	1
Natural Royal Flush	4	4	4
Wild Royal Flush	80	500	1 000
5 of a Kind	72	652	1 400
Straight Flush	430	2 068	2 976
4 of a Kind	8 328	31 552	51 808
Full House	8 112	12 672	15 048
Flush	9 496	14 472	19 508
Straight	27 070	62 232	64 200
3 of a Kind	199 848	355 080	463 440
Two Pair	102 960	95 040	95 040
Jacks or Better	542 396	664 704	772 560
1 Wild	42 084	53 424	73 080
		1.004.740	

1 658 080

2 598 960

1 306 560

2 598 960

1 309 620

2 869 685

Garbage

Total

Sevens Wild Plus Joker において、4 Sevens の最終組合せ数は、CS4 = 48 通りである。

(5) rank 区分された quads, trips 等の組合せ数

- 3枚の Joker Wild を含む quads の rank 別の組合せ数 C3q,
- 2枚の Joker Wild を含む trips の rank 別の組合せ数 C2t,
- 1 枚の Joker Wild を含む Joker Anything の rank 別の組合 せ数 *C1a* は次の通り。

rank	C3q	C2t	C1j
4A/3A/ Ace High	160	3 240	53 424
4K/ 3K/ King High	160	2 940	40 572
4Q/3Q/Queen High	144	2 340	29 232
4J/ 3J/ Jack High	128	1 800	20 160
4T/3T/Ten High	112	1 320	13 104
4 9's/ 3 9's/ 9 High	96	900	7 812
4 8's/ 3 8's/ 8 High	80	540	4 032
4 7's/ 3 7's/ 7 High	64	240	1 512
4 6's/ 3 6's/ 6 High	48	0	0
4 5's/ 3 5's/ 5 High	36	0	0
4 4's/ 3 4's/ 4 High	24	0	0
4 3's/ 3 3's/ 3 High	12	0	0
Total	1 064	13 320	169 848

(6) 特殊役の組合せ数

Free Deal Twin Jokers (52J, sigma), Free Deal Deuces Wild (5DW, sigma), Free Deal Sevens Wild Plus (5SW, Aruze) における、特定色の絵札の最終的な組合せ数は次の通り。

Hand Ranking	F52J	F5DW	F5SW
5 Red or Black Faces	12	12	12
Any 5 Faces	780	780	780
4 Red or Black Faces	1 260	1 200	1 230
Any 4 Faces	19 530	18 600	19 065
3 Red or Black Faces	34 440	31 200	32 800
Total	56 022	51 792	53 887

(7) Sequential Royal Flush, Wrapped Royal Flush 5枚のカードの順列数は、5!=120通りであり、このうち Sequential となる数は順上がり、順下がりの2通りである。 sigma は、この"Sequential Royal Flush"の代わりに "Wrapped Royal Flush"を最高役としたドローポーカーを発表している。これは、Sequential の列びが循環しているとして、{T-J-Q-K-A}だけでなく{Q-K-A-T-J}のような手も対象としたものである。該当する数は、全120通り中10通りである。

7 Stud Poker における各役の組合せ数

one 52 card deck, one 53 card deck (1 Joker Wild), one 54 card deck (2 Jokers Wild)における各役の最終組合せ数 F752, F753, F754 は、次の通り。

Hand Ranking	F752	F753	F754
Natural Royal Flush	4 324	4 512	4 704
5 of a Kind	0	14 664	73 508
Joker Royal Flush	0	21 620	102 160
Straight Flush	37 260	184 832	548 196
4 of a Kind	224 848	1 121 024	3 134 544
Full House	3 473 184	5 997 144	8 521 104
Flush	4 047 644	6 027 224	8 397 324
Straight	6 180 020	11 083 940	16 712 660
3 of a Kind	6 461 620	13 315 300	20 216 380
TwoPair w/ Jacks+	17 385 408	17 385 408	17 385 408
Two Pair	14 047 992	14 047 992	14 047 992
Jacks or Better	18 188 280	18 188 280	18 188 280
Garbage	63 733 980	66 751 140	69 768 300
Total	133784560	154 143 080	177100560

主な **Draw Poker** における各役の平均再現周期・基本戦略 代表的な natural deal の機種について、best play 時における 最終的な各役の平均再現周期(Cycle)・ペイアウト寄与 (Return)について示す(一部について戦略も掲載)。値は 表示桁に丸めている場合がある。すべてのペイアウト解析・ 戦略構築は、Video Poker Analyzer Eve による(非公開版の 結果を含むことがある)。

(1) 9/6 Jacks or Better

黎明期における標準的な配当の基本的なドローポーカー。 最低役は Jacks or Better。Full House の配当が 9 倍,Flush の 配当が 6 倍であることから,"9/6 Jacks or Better"と呼ばれて いる。1990 年代に入りビデオポーカーの期待値が電子計算機 で求められるようになり,ホールド戦略が周知されると,カ ジノ側は徐々に配当やコンプ率を下げていった。それでも, "9/6 Jacks or Better"は,その知名度からカジノ側が高還元率 を謳うために、いまだ少数ながら(ハイローラー向けとして) 設置していることがある。

下記の戦略は、長期的なゲームペイアウト完全に保証する 完全戦略である。

Don't tap on the aquarium! You'll scare the fish!

Jacks or Better

Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	800	40390.55	1.980661%
Straight Flush	50	9148.37	0.546546%
4 of a Kind	25	423.2722	5.906364%
Full House	9	86.8643	10.36099%
Flush	6	90.7893	6.608707%
Straight	4	89.0522	4.491747%
3 of a Kind	3	13.4321	22.33461%
Two Pair	2	7.7352	25.85578%
Jacks or Better	1	4.6602	21.45850%
Total		(hit 45.46%)	99.543904%

Super Expert Strategy guarantees 99.54% long-term payback

Pat Str. Flush	3RF [1]	2RF2h except JQs	TQs [3]
Pat 4 of a Kind	4FL	3SF2g1h no pen.	AJ,AQ,AK
Pat Full House	TJQK	ATJQ,ATJK,	TKs [4]
4RF	22 thru TT	ATQK,9JQK	Single J-A
Flush	4STo	3SF2g1h1STpen.	3SF2g
Straight	3SF2g2h	3SF1g0h	Redraw
3 of a Kind	3SF1g1h+	JQK	
Two Pair	3SFo	JQ	
4SF	JQs [2]	TJs except XTJs-K	hold JK
Jacks or Better	AJQK	JK, QK	

- [1] except 2g2h any 2pens. hold 4FL
- [2] except JQs-AK9 or JQXs-AK hold AJQK
- [3] except XTQs-A hold AQ
- [4] except 9-TKXs hold Single K

(2) 10/7 Double Bonus

quads の配当を rank によって区分したポーカーを"Bonus Poker"と呼ぶ。最初の"Bonus Poker"は,Two Pair の配当を 2 倍のままとして,4 Aces に 80 倍,4 2's thru 4's に 40 倍,4 5's thru Kings に 25 倍を付したものであった。その後,IGT はより分散が大きいゲームとして,"Double Bonus Poker"を発表する。quads の配当は,"Bonus Poker"の 2 倍である一方,Two Pair の配当は 1 倍となっている。

国内では Full House を 9 倍, Flush を 5 倍, Straight を 5 倍とした"9/5/5"を標準配当とする初期タイプと,後にペイアウトを下げた"9/5/4"の後期タイプが存在する。

Life if like a game of poker; you have to play the hand you're dealt. A wise player can play a weak hand and win the game.

Rick Warren

Double Bonus

Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	800	48048	1.6650%
Straight Flush	50	8841.4	0.5655%
4 Aces	160	5030.4	3.1806%
4 2's thru 4's	80	1908.2	4.1925%
4 5's thru Kings	50	622.02	8.0383%
Full House	10	89.37	11.1899%
Flush	7	66.87	10.4673%
Straight	5	66.58	7.5097%
3 of a Kind	3	13.85	21.6598%
Two Pair	1	8.022	12.4658%
Jacks or Better	1	5.198	19.2379%
Total		(hit 43.29%)	100.1725%

(3) Double Double Jackpot (DDJ, sigma)

sigma が 1997 年に米国で発表したドローポーカー。quads の配当を rank だけでなく kicker card によって区分した配当構造は、当時画期的と評された。"Double Double"とは、"Double Bonus"に対してさらに 2 倍の配当役が存在するという意味である。

しかし、当時 sigma の開発陣は、正確なペイアウト計算をできなかったようで、当初配当である Full House を 10 倍、 Flush を 6 倍、 Straight を 5 倍とした場合(Royal Flush は 800 倍)のペイアウトは 101.4235%もあった。 国内では、以下のような配当が標準であるが、 High Roller Floor(2004 年 12 月-2009 年 10 月)では、 Full House を 8 倍、 Flush を 7 倍、 Straight を 6 倍する高配当(ペイアウト 100.9976%)で運用されていた。

Double Double Jackpot

		<u> </u>	
Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	1000	38652	2.5872%
Straight Flush	50	9006.6	0.5551%
4 Aces w/J,Q,K	320	15622	2.0483%
4 Aces	160	6344.4	2.5219%
4 J's thru K's w/A,J,Q,K	160	5300.9	3.0184%
4 J's thru K's	80	2183.0	3.6646%
4 2's thru 10's	40	634.41	6.3051%
Full House	7	109.35	6.4015%
Flush	6	90.97	6.5957%
Straight	4	78.24	5.1128%
3 of a Kind	3	12.95	23.1746%
Two Pair	1	9.177	10.8963%
Jacks or Better	1	4.360	22.9367%
Total		(hit 45.11%)	95.8181%

Basic Strategy	TJQs, JQKs	3SF1g1h	AJ,AQ,AK
Pat Str.Flush	TJKs, TQKs	AJQK	Ace
Pat 4K w/A,J,Q,K	JJ,QQ,KK	JQs	TQs
4 of a Kind	3RF2g3h	AJs,AQs,AKs	TKs
4RF	Two Pair	JKs,QKs	Jack
3 Aces	3RF2g2h	4ST1g3h	Queen
3 J's thru K's	4FL	3SF2g1h	King
Full House	89TJ-TJQK	3SF1g	3SF2g
Flush	9JQs,9TJs	JQK	4ST1g
3 2's thru 10's	22-TT	JQ	Redraw
Straight	4STo	TJs	
4SF	3SF2g2h	4ST1g2h	
AA	3SFo	JK,QK	

(5) Double Double Quads Bonus Plus (DDQ+, cron) "Double Double Quads Bonus Plus"は, すべての quads を kicker によって配当を区分し, 当時世界初となる Wheel Straight Flush 役を採用している。DDJ の置き換え需要を狙い, Double game には"Hi-Lo gamble"を採用している。

Double Double Quads Bonus Plus

Double Double Quads Bollas I las				
Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return	
Natural Royal Flush	1000	38584	2.5917%	
Wheel Str. Flush	200	71843	0.2784%	
Straight Flush	50	10099	0.4951%	
4 Aces w/J,Q,K	320	15621	2.0486%	
4 Aces	160	6259.1	2.5563%	
4 J's.thru K's w/A,J,Q,K	160	5317.7	3.0088%	
4 J's thru K's	80	2183.1	3.6645%	
42's thru 10's w/A,J,Q,K	80	1771.6	4.5156%	
4 2's thru 10's	40	987.65	4.0500%	
Full House	7	109.27	6.4062%	
Flush	6	90.69	6.6162%	
Straight	4	78.68	5.0841%	
3 of a Kind	3	12.93	23.1978%	
Two Pair	1	9.170	10.9048%	
Jacks or Better	1	4.376	22.8523%	
Total		(hit 45.04%)	98.2704 %	

(6) BJB Poker (cron)

Multi-Poker Expert Draw 2(cron)に収録されているドローポーカー。DDJ や DDQ+では, quads の qualified kicker の数は 12 種類あるが, この BJB Poker では, Js, Jc の 2 種類のみに絞られている。その代わりに配当は, qualified kicker でない場合の 4 倍または 5 倍となっている。

D	гъ	ъ	1	
D	ID	ľ	OK	er

	DJD I OK		
Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	1000	36859	2.7131%
Wheel Straight Flush	200	68178	0.2933%
Straight Flush	50	10442	0.4788%
4 Aces w/ Js, Jc	800	53169	1.5046%
4 Aces or 4 Jacks	160	2387.7	6.7009%
4 2's thru 4's w/ Js, Jc	400	22803	1.7542%
4 2's thru 4's	80	2142.2	3.7344%
4 5's thru K's w/ Js, Jc	160	11152	1.4347%
4 5's thru K's	40	757.33	5.2817%
Full House	7	101.06	6.9265%
Flush	6	90.72	5.5117%
Straight	4	78.43	5.1003%
3 of a Kind	3	13.22	22.7003%
Two Pair	1	8.473	11.8025%
Jacks or Better	1	4.602	21.7277%
Total		(hit 44.71%)	97.6647%

Basic Strategy	AA w/bJ	9TJs	bJ+K
Pat Str. Flush	AA	3WSF1g, 2g	JQ
Quads w/bJ	JJ	AJQK	Js,Jc
4 of a Kind	TJQs, JQKs	AJs	3SF1g [4]
4RF	Two Pair	JQs, JKs	JK [5]
3 Aces w/bJ	TJKs, TQKs	3SFo	Ace
32's thru 4's w/bJ	3RF2g	3SF2g2h	QK
3 Aces, 3 Jacks	QQ,KK	3SF1g1h	TQs
3 2's thru 4's	4FL	QKs	Jh,Jd
Full House	TJQK	AQs, AKs	TKs
other 3K w/bJ	22,33,44 w/bJ	4ST1g3h	Queen
4WSF	22,33,44	JQK	King
other 3K	89TJ,9TJQ	bJ+A	3SF2g
Flush	55-TT	bJ+Q	4ST1g
Straight	3WSFo	4ST1g2h [1]	Redraw
4SFo	4STo	3SF2g1h [2]	
4SF1g	9JQs	TJs [3]	

- [1] 78bJs-9-K hold bJ+K, 79bJ-8-K hold bJ+K
- [2] TJ(2-6)s-(7,8)-K hold bJ+K
- [3] 3SF1g(346s-689s)-bJ-K hold 3SF1g, 2(2-7)-T-bJ-K hold bJ 1-FL pen., 2(2-8)-(9,T)-bJ-K hold bJ 0 FL pen.
- [4] 2(2-7)-T-J-K hold Single Jack 0 FL pen.
- [5] AX9s-JYs hold AJ, AX(6-8)s-9Js hold AJ

(7) Joker Wild

Joker Wild 系のドローポーカーは、アジア圏で人気が高い。 これは、コンプ狙いのためプレイ数重視の米国プレイヤーと は異なり、相対的に低いペイアウト設定でも勝ち越す機会を得るためには、中間役の当選を"Double Down"に挑戦するプレイスタイルが定着しているためである。そのため、"Joker's Wild"よりもさらに分散の大きい、"Raise Draw Joker's Double"や"Extra Draw Joker's Wild"が好まれている。以下に、Joker Wild系ドローポーカーの基本となる"Joker's Wild"の標準配当について各役の平均再現周期・ペイアウト寄与・基本戦略を示した。

	Joker's V	Vild	
Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	1000	42990	2.3261%
5 of a Kind	100	10937	0.9143%
Joker Royal Flush	50	12600	0.3968%
Straight Flush	50	1657.3	3.0170%
4 of a Kind	20	121.75	16.4277%
Full House	8	66.26	12.0739%
Flush	5	48.42	10.3255%
Straight	4	36.28	11.0259%
3 of a Kind	2	7.999	25.0019%
Two Pair	1	9.524	10.4993%
Joker Anything	0	21.28	0%
Total		(hit 30.23%)	92.0084%

Basic Strategy	4STo	(Joker hand)	3JR2g,3SF2g
(natural hand)	1P	Pat 5K	4ST1g
Pat Str. Flush	3SF1g	Pat JR,Pat SF	3JR3g,3SF3g
4RF	3SF2g	4 of a Kind	3STo
Pat 4K	4ST1g	Pat FH	W+(5-10)
Pat FH	2RF2g-	4JRo, 4SFo	W+Jack
Flush	2SFo	Flush	W+Four
4SFo	3FL	4JR1g, 4SF1g	W+Queen
Straight	3STo	Straight	W+Three
3 of a Kind	2RF3g	3 of a Kind	W only
4SF1g	2SF2g-	4JR2g, 4SF2g	-
Two Pair	Single 5-10	3JRo, 3SFo	
3RF	Single J	4STo	
4FL	Single 4	3JR1g, 3SF1g	
3SFo	Redraw	4FL	

(8) JDB Poker (cron)

"Joker Wild 4 and 5 of a Kind Bonus"は, cron がマカオ市場に投入した53 card deckの natural dealのドローポーカーである。その後、国内向けに"Joker"が含まれていると配当が表示の2倍となる"JDB Poker"が発表された。

1	IDB	Po	ke

Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	1000	40577	2.4644%
5 Aces	400	128224	0.4239%
5 J's thru K's	200	47040	0.8503%
5 2's thru 10's	100	16123	1.2405%
Joker Royal Flush	60	10572	1.1351%
Straight Flush	40	1550.7	4.5577%
4 Aces	40	1358.8	5.2189%
4 J's thru K's	20	520.33	6.7721%
4 2's thru 10's	10	181.43	9.6849%
Full House	6	66.89	12.1838%
Flush	4	50.66	10.1985%
Straight	3	37.20	11.6829%
3 of a Kind	1	8.012	18.9704%
Two Pair	1	9.522	10.5025%
Total		(hit 30.04%)	96.0859%

(9) Double Jokers

sigma では、2 枚の Joker を含む 54 card deck game のドローポーカーを Joker を含むと配当が 2 倍となる"Joker's Double"との区別を意図して"Twin Jokers (2J, sigma)"と称するが、海外では"Double Jokers"という呼称が一般的である。以下に、ペイアウトが 100%に近くなるよう調整した仮想マシンの各役の平均再現周期・ペイアウト寄与について示した。

Double Jokers

Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	1000	45021	2.2212%
5 Aces	300	25829	1.1615%
5 J's thru K's	200	9796.4	2.0416%
5 2's thru 10's	100	3679.3	2.7179%
Joker Royal Flush	80	2791.8	2.8655%
Straight Flush	40	608.8	6.5700%
4 Aces	30	541.9	5.5360%
4 J's thru K's	20	214.5	9.3250%
4 2's thru 10's	10	83.87	11.9226%
Full House	6	55.26	10.8571%
Flush	4	47.31	8.4556%
Straight	3	30.27	9.9112%
3 of a Kind	1	5.789	17.2734%
Two Pair	1	10.99	9.0975%
Total		(hit 35.69%)	99.9562%

I'm not going to lose it. I'm going to gamble it.

Axel Freed in the movie "The Gambler"

(10) SDW Poker (cron)

4枚の"2"が wild となる Deuces Wild は、米国で Jacks or Better 系に次いで人気がある。これは、hit 率の高さもさることながら、中間役(4 of a Kind)の出現頻度の高さによって安定性を確保しつつも、準 Jackpot 役である"4 Deuces"によって大きく勝ち越せる期待感がある配当構造の妙といえよう。Deuces Wild 系にも多くのバリエーションがあるが、ここでは"Natural 4 of a Kind plus deuce"役を採用することで、さらに準 Jackpot 役を拡張した"SDW Poker"について取り上げる。

SDW Poker

Hand Ranking	Payoff	Cycle	Return
Natural Royal Flush	1000	42991	2.3260%
4 Deuces w/ Ace	400	44232	0.9043%
4 Deuces w/ 3-K	200	5856.5	3.4150%
4 Aces w/ single 2	200	34398	0.5814%
43's thru K's w/single2	100	3197.1	3.1278%
Wild Royal Flush	25	508.08	4.9205%
5 Aces	20	3884.8	0.5148%
5 3's thru K's	10	399.6	2.5026%
Straight Flush	9	233.4	3.8562%
4 of a Kind	4	15.75	25.3921%
Full House	3	47.40	6.3287%
Flush	2	57.82	3.4591%
Straight	2	16.96	11.7895%
3 of a Kind	1	3.556	28.1189%
Total		(hit 45.16%)	97.2370%

	İ	Ī	
Basic Strategy	other 4WR	4SF2g	4SFo
(4 Deuces)	4SF1g-	3WR	3RF
4 Deuces w/A	22	3SFo	4SF1g
4 Deuces	(1 Deuce)	4STo	AA
(3 Deuces)	quads + sgl.2	3SF1g	33-KK
Wild Royal	Wild Royal	Single 2	3SFo
5 Aces	2+AAA	(natural)	4STo
222+A	Str. Flush	Natural RF	4FL
3 Deuces	2+(333-KKK)	4RF	3SF1g
(2 Deuces)	4WR	4A	TJs
Wild Royal	Full House	4 3-K	TQs
5 of a Kind	4SFo	SF	4ST1g
Str. Flush	2+AA	FH	TKs
22+AA	Flush	3A	Redraw
22+TJs	Straight	3 3-K	
22+TQs, JQs	4SF1g	FL	
22+(33-KK)	2+(33-KK)	ST	

Baccarat

(1) 基本ルール

8 deck game, 新しい shoe でゲームを開始する場合の burn カードの数は1枚目のカードのbaccarat point value によって決定 (ただし"10"および絵札は10枚 burn する),残り17枚目のカードを用いたらその次のゲームを終えたら新しい shoe を使用する,各ゲームでは player・banker にそれぞれ2枚ずつ配る, player または banker が point 8 または9のときは3枚目を引かない, player は point 5以下で3枚目を引く, banker の3枚目を配る条件は下記の通り, player win は2倍・banker win は1.95倍, tie に賭けた場合の配当は9倍(bet の8倍払い)。 tie のとき, player・banker に賭けた分は引き分け。

Player が3枚目を引いていないとき, Banker が point 5以下 Player の3枚目を引いていて, Banker が point 2以下 Player の3枚目が rank8以外を引いて, Banker が point 3 Player の3枚目が rank{2-7|4-7|6,7}で, Banker が point{4|5|6}

(2) ペイアウト

基本ルールのとき, banker bet の期待値 (ペイアウト) は 98.9421%, player bet の期待値は 98.7649%, tie bet の期待値は 85.6404%。

21 (Blackjack)

(1) 基本ルールの期待値

Blackjack で配当 2.5 倍 (bet の 1.5 倍払い), 6 deck game, Dealer は全ての 17 で stand, Aces 以外 re-split 可 (split は 3 回まで), split 後の double 可 (Aces を split 後は各 hand に 1 枚のみ配り強制 stay), late surrender ありのルールで, カウンティングしない場合 (基本戦略でプレイする場合)の期待値 (ペイアウト) は, 99.64%。

(2) ペイアウト(この項は The Wizard of Odds から引用した) 基本ルールに対して, 次のようなルール変更を行った場合, 期待値の増減は概ね次の通り。

Blackjack で配当3倍	+2.27%	8 deck game	-0.02%
Triple down	+1.64%	Double は 9-11 のみ	-0.09%
Suited blackjack 配	+0.57%	Split 後 Double 不可	-0.14%
当 3 倍 Single deck game	+0.46%	Dealer は soft 17 で hit	-0.22%
Early Surrender	+0.39%	17 tie は 0 倍(負け)	-1.87%
777 で常に 3 倍払い	+0.05%	Blackjack で配当2倍	-2.27%

基本ルールに対して、カウンティングで betting range を 1 倍から 10 倍まで露骨に変更した場合、期待値は 103%程度。

(3) 戦略(Hi-Opt 1 Counting Strategy)

rank 3,4,5,6 で「+1」, 10 カードで「-1」とカウントする。 Ace は playing strategy には影響しないが(0 カウント), betting strategy に対しては「-1」とカウントする。6 deck game, split後も double down 可(DAS)における戦略表は以下の通り。

この表は、各行に示されている player hand について、横方向の dealer's up card ごとの戦略が示されている。太線で区分された領域が基本戦略であり、各升目にある「数字」+「アルファベット」は、「数字」以上のトゥルーカウント(true count)のときに採るべき戦略が示されている。true count は、上記の要領でカウントした値(running count)を使用デック数(この表では 6)で除した値である。「アルファベット」部分の意味は次の通り。

S=STAY, H=HIT, D=DOUBLE, Sr=SURRENDER, Sp=SPLIT (川上二郎「カジノ・ブラックジャック必勝法」を参考に加筆)

Hi-Opt 1 Counting Strategy Chart for 6 deck game, DAS

h17		Op.		8	onan	$\mathcal{S}_{J} \subset \mathcal{S}_{J}$			ck go	iiic, L	7110
h15 -4s lange of the lang	h17			4			7			T	-4s
h14 h13 -2s 0s -3s -1s -2s -2s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -3s -4D HIT 3sr -2s -3s -2s -3s -2D 2D -4D -3s -4D -2d -4D -2d -4D -2d -4D -2d -4D -2d -4D 2d -4D -3s -4D -2d -4D -2d -4D -3s -4D -2d -4D -3s -4D -2d -4D -3s -4D -4s -4D -3s -4s -4d -4s -	h16			ST	ΑY		4s	4Sr	1Sr	-2Sr	-1Sr
h13 0s -1s -2s -3s -3s -3s HIT b c h11 HIT 2s 0s -1s 0s HIT 2D 4D	h15	-4s							2Sr	0Sr	2Sr
h11 HIT 2s 0s -1s 0s l <th< th=""><th>h14</th><th>-2s</th><th>-3s</th><th>-4s</th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th>3Sr</th><th></th></th<>	h14	-2s	-3s	-4s						3Sr	
h11 Image: bold of the line of the li	h13	0s	-1s	-2s	-3s	-3s		HIT			
h10	h12	HIT	2 s	0s	-1 s	0s					
h9 2D 0D -2D -3D -4D 3D HIT HIT HIT HIT HIT HIT HIT HIT HIT AB AB </th <th>h11</th> <th></th> <th></th> <th>D</th> <th>OUBI</th> <th>LE</th> <th></th> <th></th> <th>-3D</th> <th>-2D</th> <th>2D</th>	h11			D	OUBI	LE			-3D	-2D	2D
h8 Image: square law of the la	h10							-4D	-1D		4D
Color	h9	2D	0D	-2d	-3d	-4D	3D	Н	IT		
A9 4D 4D 4D 4D 4D 4D 4D AB AB AB 4D 3D 2D 1D STAY 3S 3S 3S AA AT 1D -1D -3D DOUBLE AB	h8				3d	2 D					
A8 4D 3D 2D 1D STAY 3S A6 -1D -3D -4D STAY 3S A6 -1D -3D DOUBLE HIT 3S A5 -1D -4D 4D HIT HIT A3 HIT 1D -2D -4D HIT T -3Sp AA -2D -4D -1D STAY T -3Sp TT 4Sp 4Sp 4Sp STAY 4Sp 99 -2Sp -3Sp SPLIT 7 T -3Sp 4Sp 88 SPLIT SPLIT HIT -4D 4D 66 -1Sp -3Sp -4Sp -1D -4D -4D 44 HIT 3Sp 0Sp -1Sp -1D -4D HIT 33 0Sp -1Sp -1D -4D HIT		2	3	4	5	6	7	8	9	T	A
A7 1D -1D -3D -4D 38 A6 -1D -3D DOUBLE HIT A3 HIT -4D HIT A4 HIT A5 A4 A5 A4D A4SP A4SP </th <th>A9</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th>4D</th> <th>4D</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th>	A9				4D	4D					
A6 -1D -3D DOUBLE HIT A5 -1D -4D HIT A4 0D -2D -4D HIT A3 HIT 1D -2D -4D A2 3D 0D -1D AA 4 SPLIT 7 T -3Sp TT 4Sp 4Sp STAY 4Sp 4Sp 88 SPLIT SPLIT HIT 55 HIT HIT 4Sp HIT 4Sp HIT 4Sp HIT 4Sp HIT HIT 4Sp HIT	A8		4D	3d	2 D	1D		ST	AY		
A5 -1D -4D HIT A4 0D -2D -4D HIT A3 HIT 1D -2D -4D A2 3D 0D -1D T AA 4 SPLIT 7 T -3Sp TT 4Sp 4Sp STAY 4Sp 88 SPLIT SPLIT T HIT 77 66 -1Sp -3Sp -4Sp HIT 55 DOUBLE -1D -4D 44 HIT 3Sp 0Sp -1Sp 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT	A7	1D	-1D	-3d		-4D					3s
A4 0D -2D -4D HIT HIT A3 HIT 1D -2D -4D -4D A2 3D 0D -1D -1D T -3Sp AA 4 SPLIT 7 T -3Sp TT 4Sp 4Sp 4Sp STAY -4Sp 99 -2Sp -3Sp SPLIT -4Sp -4Sp 77 50 -1Sp -3Sp -4Sp -4Sp -1D -4D 44 HIT 3Sp 0Sp -1Sp -1D -4D -4D 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT	A6		-1D	-3d	Dot	JBLE					
A3 HIT 1D -2D -4D -4D -4D -2D -4D -4D -2D -4D -4D -4D -3Sp AA 4 SPLIT 7 T -3Sp TT 4Sp 4Sp 4Sp STAY -3Sp 99 -2Sp -3Sp SPLIT -4Sp -4Sp 88 SPLIT -1D -4D -4Sp 66 -1Sp -3Sp -4Sp HIT -1D -4D 44 HIT 3Sp 0Sp -1Sp -1D -4D HIT 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT	A 5			-1D	-4D						
A2 3D 0D -1D I I -3Sp TT 4SPLIT 7 T -3Sp TT 4Sp 4Sp STAY 4Sp 99 -2Sp -3Sp SPLIT SSPLIT SSPLIT 77 566 -1Sp -3Sp -4Sp HIT SSPLIT -1D -4D 4SP HIT 4Sp HIT HIT HIT SPLIT 4Sp HIT HIT <th>A4</th> <th></th> <th></th> <th>0D</th> <th>-2D</th> <th>-4D</th> <th></th> <th>H</th> <th>IT</th> <th></th> <th></th>	A4			0D	-2D	-4D		H	IT		
AA 4 SPLIT 7 T -3Sp TT 4Sp 4Sp STAY 4Sp 99 -2Sp -3Sp 4Sp 4Sp 88 SPLIT INT INT INT 66 -1Sp -3Sp -4Sp HIT INT INT 55 DOUBLE -1D -4D HIT 4Sp HIT 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT	A3	H	IT	1d	-2D	-4D					
TT 4Sp 4Sp STAY 99 -2Sp -3Sp 3Sp 4Sp 88 SPLIT Image: SPLIT 4Sp Image: SPLIT	A2			3d							
99 -2Sp -3Sp 4Sp 88 SPLIT -1Sp 4Sp 77 -1Sp -3Sp -4Sp HIT 55 DOUBLE -1D -4D 44 HIT 3Sp 0Sp -1Sp 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT				4	SP	LIT	7			T	-3Sp
88 SPLIT 77 -1Sp -3Sp -4Sp 66 -1Sp -3Sp -4Sp HIT 55 DOUBLE -1D -4D 44 HIT -3Sp 0Sp -1Sp 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT					4Sp	4Sp		ST	AY		
77 66 -1Sp -3Sp -4Sp	99	-2Sp	-3Sp				3Sp				4Sp
66 -1Sp -3Sp -4Sp HIT 55 DOUBLE -1D -4D 44 HIT 3Sp 0Sp -1Sp 33 0Sp SPLIT 4Sp HIT	88				SP	LIT					
55 DOUBLE -1D -4D 44 HIT 3sp 0sp -1sp 33 0sp SPLIT 4sp HIT	77										
44 HIT 3sp 0sp -1sp 33 0sp SPLIT 4sp HIT	66	-1Sp	-3Sp					Н	IT		
33 Osp SPLIT 4sp HIT	55			D	OUBLE			-1D	-4D		
	44	H	IT	3Sp	0sp	-1Sp					
22 -4Sp 4 7 4Sp T	33	0sp			SP	LIT		4Sp		H	ΙΤ
	22	-4Sp		4			7	4Sp		T	

Texas Hold'em Poker

(1) 各 starting hand の勝率

Heads-up 時に、community card だけでなく相手の手も random であるとした場合の各 starting hand の勝率は次の通りである。右上の領域は suited、左下の領域は off-suited、同位の場所は pair の勝率[%]を示す。(表示桁に丸めてある)

	Α	K	Q	J	T	9	8	7	6	5	4	3	2
Α	85	66	65	64	64	62	61	59	58	58	57	56	56
K	65	82	62	61	61	59	57	56	55	54	53	52	51
Q	64	60	80	59	58	56	54	53	52	51	50	49	48
J	63	59	57	77	56	54	52	50	49	48	47	46	45
T	62	58	56	54	75	52	51	49	47	45	44	44	43
9	59	56	54	52	50	72	49	47	45	43	41	41	40
8	58	54	52	50	48	46	69	46	44	42	40	38	38
7	57	53	50	48	46	44	43	66	43	41	39	37	35
6	56	52	49	46	44	42	41	40	63	40	38	37	35
5	56	51	48	45	42	40	39	38	37	60	39	37	35
4	55	50	47	44	41	38	37	36	35	35	56	36	34
3	54	49	46	43	40	37	35	34	33	33	32	53	33
2	53	48	45	42	39	37	34	32	31	31	30	29	49

(2) Pot Odds

狙う役が成立する確率P及び, $P=1/(1+O_P)$ なる O_P の値(Pot Odds) を以下に示す。

Caab, Cry	1 1 - 23 1 2 0					
After the Flop	P Op		After the Trun		Op	
4FL	35.0%	1.86	4FL	19.6%	4.11	
4ST outside	31.5%	2.18	4ST outside	17.4%	4.75	
4ST inside	16.5%	5.07	4ST inside	8.7%	10.50	

(3) Dominated hand

任意の starting hand について"dominated(支配されている)"状態には、次の 4 種類が存在する。

- 1) starting hand が rank R の pair のときの high pair この確率は、heads-up のとき、6*N/1225(N は rank R より大きい rank の数)
- 2) starting hand が non-pair (higher rank=H, lower rank=L) のときは 3 種類あって,

rank H または rank L の pair

Low card より大きい pair

片方の rank が同じで、もう片方が上位 rank の non-pair この確率は、heads-up のとき、(6+12*NH*+18(*NL*-1))/1225 (*NH,NL* はそれぞれ rank H,rank L より大きな rank の数)

```
乱数表の代替として π の値を 4650 桁示す。
\pi = 3.
1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510
5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679
8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128
4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091
4564856692 3460348610 4543266482 1339360726 0249141273
7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436
7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548
0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912
9833673362 4406566430 8602139494 6395224737 1907021798
6094370277 0539217176 2931767523 8467481846 7669405132
0005681271 4526356082 7785771342 7577896091 7363717872
1468440901 2249534301 4654958537 1050792279 6892589235
4201995611 2129021960 8640344181 5981362977 4771309960
5187072113 4999999837 2978049951 0597317328 1609631859
5024459455 3469083026 4252230825 3344685035 2619311881
7101000313 7838752886 5875332083 8142061717 7669147303
5982534904 2875546873 1159562863 8823537875 9375195778
1857780532 1712268066 1300192787 6611195909 2164201989
3809525720 1065485863 2788659361 5338182796 8230301952
0353018529 6899577362 2599413891 2497217752 8347913151
5574857242 4541506959 5082953311 6861727855 8890750983
8175463746 4939319255 0604009277 0167113900 9848824012
8583616035 6370766010 4710181942 9555961989 4676783744
9448255379 7747268471 0404753464 6208046684 2590694912
9331367702 8989152104 7521620569 6602405803 8150193511
2533824300 3558764024 7496473263 9141992726 0426992279
6782354781 6360093417 2164121992 4586315030 2861829745
5570674983 8505494588 5869269956 9092721079 7509302955
3211653449 8720275596 0236480665 4991198818 3479775356
6369807426 5425278625 5181841757 4672890977 7727938000
8164706001 6145249192 1732172147 7235014144 1973568548
1613611573 5255213347 5741849468 4385233239 0739414333
4547762416 8625189835 6948556209 9219222184 2725502542
5688767179 0494601653 4668049886 2723279178 6085784383
8279679766 8145410095 3883786360 9506800642 2512520511
7392984896 0841284886 2694560424 1965285022 2106611863
0674427862 2039194945 0471237137 8696095636 4371917287
4677646575 7396241389 0865832645 9958133904 7802759009
9465764078 9512694683 9835259570 9825822620 5224894077
2671947826 8482601476 9909026401 3639443745 5305068203
4962524517 4939965143 1429809190 6592509372 2169646151
5709858387 4105978859 5977297549 8930161753 9284681382
6868386894 2774155991 8559252459 5395943104 9972524680
8459872736 4469584865 3836736222 6260991246 0805124388
```

```
4390451244 1365497627 8079771569 1435997700 1296160894
4169486855 5848406353 4220722258 2848864815 8456028506
0168427394 5226746767 8895252138 5225499546 6672782398
6456596116 3548862305 7745649803 5593634568 1743241125
1507606947 9451096596 0940252288 7971089314 5669136867
2287489405 6010150330 8617928680 9208747609 1782493858
9009714909 6759852613 6554978189 3129784821 6829989487
2265880485 7564014270 4775551323 7964145152 3746234364
5428584447 9526586782 1051141354 7357395231 1342716610
2135969536 2314429524 8493718711 0145765403 5902799344
0374200731 0578539062 1983874478 0847848968 3321445713
8687519435 0643021845 3191048481 0053706146 8067491927
8191197939 9520614196 6342875444 0643745123 7181921799
9839101591 9561814675 1426912397 4894090718 6494231961
5679452080 9514655022 5231603881 9301420937 6213785595
6638937787 0830390697 9207734672 2182562599 6615014215
0306803844 7734549202 6054146659 2520149744 2850732518
6660021324 3408819071 0486331734 6496514539 0579626856
1005508106 6587969981 6357473638 4052571459 1028970641
4011097120 6280439039 7595156771 5770042033 7869936007
2305587631 7635942187 3125147120 5329281918 2618612586
7321579198 4148488291 6447060957 5270695722 0917567116
7229109816 9091528017 3506712748 5832228718 3520935396
5725121083 5791513698 8209144421 0067510334 6711031412
6711136990 8658516398 3150197016 5151168517 1437657618
3515565088 4909989859 9823873455 2833163550 7647918535
8932261854 8963213293 3089857064 2046752590 7091548141
6549859461 6371802709 8199430992 4488957571 2828905923
2332609729 9712084433 5732654893 8239119325 9746366730
5836041428 1388303203 8249037589 8524374417 0291327656
1809377344 4030707469 2112019130 2033038019 7621101100
4492932151 6084244485 9637669838 9522868478 3123552658
2131449576 8572624334 4189303968 6426243410 7732269780
2807318915 4411010446 8232527162 0105265227 2111660396
```

6655730925 4711055785 3763466820 6531098965 2691862056 4769312570 5863566201 8558100729 3606598764 8611791045 3348850346 1136576867 5324944166 8039626579 7877185560 8455296541 2665408530 6143444318 5867697514 5661406800 7002378776 5913440171 2749470420 5622305389 9456131407 1127000407 8547332699 3908145466 4645880797 2708266830 6343285878 5698305235 8089330657 5740679545 7163775254 2021149557 6158140025 0126228594 1302164715 5097925923 0990796547 3761255176 5675135751 7829666454 7791745011 2996148903 0463994713 2962107340 4375189573 5961458901 9389713111 7904297828 5647503203 1986915140 2870808599 0480109412 1472213179 4764777262 2414254854 5403321571 8530614228 8137585043 0633217518 2979866223 7172159160

If you have the resources, patience, and stomach for this risky strategy, combining distant disciplines can help you hit the jackpot.

Lee Fleming